T.D. 5 – Corrigé
Tableaux de Karnaugh

Exercice 1

Soit N, un entier codé sur 3 bits (C, B, A). A est le bit de poids faible. À l'aide de tableaux de Karnaugh, donnez les expressions les plus simplifiées de $S = f(N)$ dans les cas suivants :

- $S = 1$ ssi $N \geq 2$

S	BA 00	01	11	10
C 0	0	0	1	1
C 1	1	1	1	1

S = C + B

- $S = 1$ ssi $2 < N \leq 6$

S	BA 00	01	11	10
C 0	0	0	1	0
C 1	1	1	0	1

S = C.$\overline{B}$ + C.$\overline{A}$ + $\overline{C}$.B.A
S = C.($\overline{B}$ + $\overline{A}$) + $\overline{C}$.B.A
S = C.($\overline{B.A}$) + $\overline{C}$.B.A
S = C$\oplus$(B.A)

- $S = 1$ ssi $N = 0, 1, 2, 4, 5$ ou 6

S	BA 00	01	11	10
C 0	1	1	0	1
C 1	1	1	0	1

S = $\overline{B}$ + $\overline{A}$

- $S = 1$ ssi $N = 1$ ou 5 et S est indéfinie ssi $N = 0$, 2, 4 ou 6

S	BA 00	01	11	10
C 0	Φ	1	0	Φ
C 1	Φ	1	0	Φ

S = $\overline{B}$

Exercice 2

On veut concevoir un circuit qui effectue le complément à deux. Ce circuit a trois entrées (*C*, *B*, *A*) et trois sorties (*C'*, *B'*, *A'*). *A* et *A'* sont les bits de poids faible.

1. Donnez la table de vérité des trois sorties.

C	B	A	C'	B'	A'
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1

2. Donnez les expressions les plus simplifiées des trois sorties.

A' = A (solution évidente)

		BA			
	B'	**00**	**01**	**11**	**10**
C	**0**	0	1	0	1
	1	0	1	0	1

B' = $\overline{B}$.A + B.$\overline{A}$
B' = B⊕A

		BA			
	C'	**00**	**01**	**11**	**10**
C	**0**	0	1	1	1
	1	1	0	0	0

C' = $\overline{C}$.B + $\overline{C}$.A + C.$\overline{B}$.$\overline{A}$
C' = $\overline{C}$.(B + A) + C.$\overline{B}$.$\overline{A}$
C' = $\overline{C}$.(B + A) + C.($\overline{B+A}$)
C' = C⊕(B + A)

On veut concevoir un circuit qui convertit le binaire naturel en code Gray (on peut trouver le code Gray à la fin du chapitre 1). Ce circuit a trois entrées (*C*, *B*, *A*) et trois sorties (*C'*, *B'*, *A'*). *A* et *A'* sont les bits de poids faible.

3. Donnez la table de vérité des trois sorties.

C	B	A	C'	B'	A'
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0

4. Donnez les expressions les plus simplifiées des trois sorties.

	BA			
A'	**00**	**01**	**11**	**10**
0	0	1	0	1
1	0	1	0	1

C

A' = $\overline{\mathbf{B}}$.A + B.$\overline{\mathbf{A}}$

A' = B⊕A

	BA			
B'	**00**	**01**	**11**	**10**
0	0	0	1	1
1	1	1	0	0

C

B' = C.$\overline{\mathbf{B}}$ + $\overline{\mathbf{C}}$.B

B' = C⊕B

C' = C (solution évidente)

Exercice 3

Soit *N*, un entier codé sur 4 bits (*D, C*, *B*, *A*). *A* est le bit de poids faible. À l'aide de tableaux de Karnaugh, donnez les expressions les plus simplifiées de *S = f(N)* dans les cas suivants :

- *S* = 1 ssi *N* < 6

S	BA 00	01	11	10
DC 00	1	1	1	1
01	1	1	0	0
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

S = $\overline{D}.\overline{C} + \overline{D}.\overline{B}$

- *S* = 1 ssi *N* = 0, 4, 6, 8, 12 ou 14

S	BA 00	01	11	10
DC 00	1	0	0	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	1	0	0	0

S = $C.\overline{A} + \overline{B}.\overline{A}$

- *S* = 1 ssi *N* = 0, 2, 5, 7, 8, 10, 13 ou 15

S	BA 00	01	11	10
DC 00	1	0	0	1
01	0	1	1	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	1

S = $C.A + \overline{C}.\overline{A}$
S = $\overline{C \oplus A}$

- *S* = 1 ssi *N* = 2, 10, 11 ou 14

S	BA 00	01	11	10
DC 00	0	0	0	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	1
10	0	0	1	1

S = $D.\overline{C}.B + D.B.\overline{A} + \overline{C}.B.\overline{A}$

- $S = 1$ ssi $N = 2$, 10, 11 ou 14 et S est indéfinie ssi $N = 6$, 9, 13 ou 15

Il y a deux solutions équivalentes :

S	BA 00	01	11	10
DC 00	0	0	0	1
01	0	0	0	Φ
11	0	Φ	Φ	1
10	0	Φ	1	1

S = D.B + B.$\overline{A}$

ou

S	BA 00	01	11	10
DC 00	0	0	0	1
01	0	0	0	Φ
11	0	Φ	Φ	1
10	0	Φ	1	1

S = D.A + B.$\overline{A}$